

05 Consolidatie

CORRECTIESLEUTEL

Inhoud (elk onderdeel behandelt de leerstof van t.e.m. 04)

	Ken je de theorie?
	Oefeningenreeks 1 peper
	Problemen oplossen met heuristieken
blz. 12 – 17	Oefeningenreeks 2 pepers
blz. 18 – 26	Oefeningenreeks 3 pepers
blz. 27	Problemen oplossen met heuristieken
blz. 28 – 33	Oefeningenreeks 4 pepers
blz. 34 – 37	Oefeningenreeks 5 pepers
blz. 38	Problemen oplossen met heuristieken
blz. 39	Wiskunde en design
blz. 40	Overzicht oefenmateriaal



IN DEZE CONSOLIDATIEMODULE VIND JE THEORIEVRAGEN EN HERHALINGSVRAGEN IN VERSCHILLENDE PEPERCATEGORIEËN OVER VOLGENDE MODULES:

- Module 1: Omgaan met wiskundetaal
- Module 2: Reële getallen
- Module 3: Vectoren
- Module 4: Rekenen met reële getallen

Consolidatie betekent:

- Hoe zet ik de leerstof – verspreid over vele gehelen – vast in mijn brein?
- Ik wil mijn kennis heropfrissen en beter vasthouden.
- Ik wil beter weten waar we wat gezien en geleerd hebben.
- Om dit alles nog te versterken, staan de oefeningen van alle modules kriskras door elkaar.



- TIP**
- Verdeel je tijd goed over de verschillende onderdelen.
 - Kies wijs.
 - Als je twijfelt over wat je best eerst aanpakt, vraag raad aan je leerkracht.

Net als in studentenhaver zitten in deze module naast lekkere gedroogde vruchten ook gezonde zachte en harde noten.



Ken je de theorie?

1

Noteer het ontbrekende woord, getal of symbool uit onderstaande zinnen.

- $\mathbb{R}$ is de verzameling van de ...(1)... getallen.
- $-\sqrt{49}$ is de ...(2)... uit 49.
- Een ...(3)... is de verzameling van alle georiënteerde lijnstukken met gelijke grootte, richting en zin.
- ...(4)... is het symbool voor de verzameling van de strikt negatieve reële getallen.
- $\sqrt{2}$ is een ...(5)... getal.
- De wetenschappelijke schrijfwijze van 0,00000032 is ...(6)... .

- reële
- negatieve vierkantswortel
- vector
- $\mathbb{R}_0^-$
- irrationaal
- $3,2 \cdot 10^{-7}$

2

Markeer de irrationale getallen.

0,123	$\sqrt{9}$	π	$\frac{3}{8}$
-0,333...	0	0,1452368...	$-2\sqrt{15}$
$\sqrt{3}$	$-\frac{2}{9}$	$\sqrt{\frac{9}{16}}$	$\sqrt{2}$

3

Vul aan volgens de rekenregels.

a) $\pi^{-1} = \frac{1}{\pi}$

b) $\left(\frac{\sqrt{a}}{b}\right)^{-3} = \frac{b^3}{(\sqrt{a})^3}$

c) $(\sqrt{a})^{m \cdot p} = \left((\sqrt{a})^m\right)^p$

d) $\frac{(\sqrt{p})^7}{(\sqrt{p})^3} = (\sqrt{p})^{7-3}$

4

Vul aan.
Een vector wordt bepaald door ...

- grootte _____ ;

- richting _____ ;

- zin _____ .

5

Geef de betekenis van de volgende symbolen.

a) $\dots \vee \dots$ of _____

b) $\dots \Rightarrow \dots$ als, dan _____

c) $\neg \dots$ niet _____

d) $\dots \wedge \dots$ en _____

e) $\dots \Leftrightarrow \dots$ als en slechts als _____



6

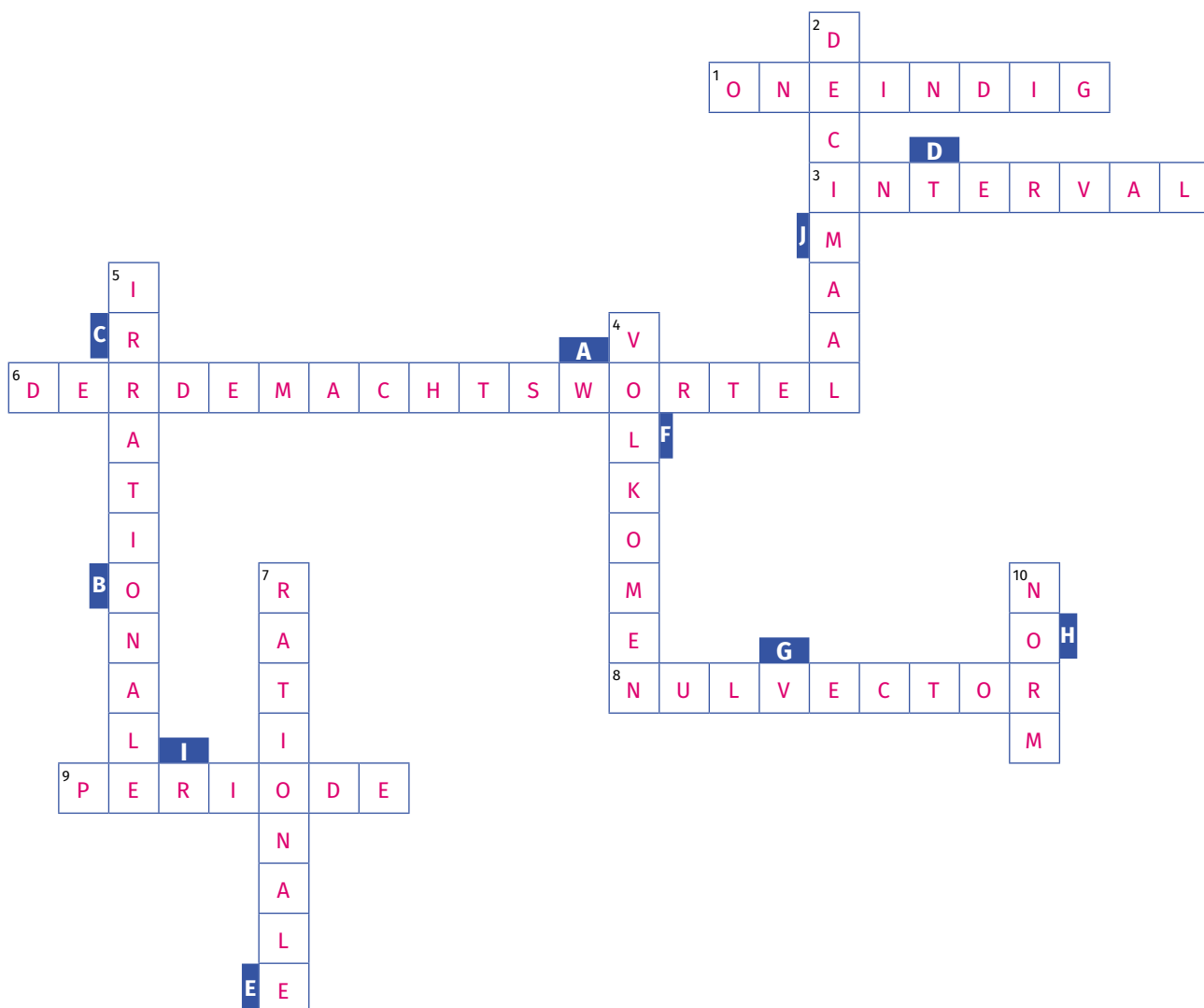
Ken je de wiskundige woordenschat? Vul alle woorden in en vorm met de letters in de gekleurde vakjes een wiskundig woord.

HORIZONTAAL

- 1 Het getal $3,444\dots$ is een $\dots$ doorlopende decimale vorm.
- 3 $[2, \pi]$ is een voorbeeld van een $\dots$.
- 6 De $\dots$ van 27 is 3.
- 8 Een vector met hetzelfde begin- en eindpunt noemen we de $\dots$.
- 9 De $\dots$ van een kommagetal is de cijfergroep na de komma die voortdurend herhaald wordt.

VERTICAAL

- 2 Een $\dots$ getal is een eindig kommagetal.
- 4 9; 36 en 81 zijn $\dots$ kwadraten.
- 5 Alle reële getallen die geen rationale getallen zijn, noemt men de $\dots$ getallen.
- 7 $\mathbb{Q}$ is de verzameling van de $\dots$ getallen.
- 10 Als $\|\vec{v}\| = \|\vec{w}\|$, dan is de $\dots$ van $\vec{v}$ en $\vec{w}$ gelijk.



Oefeningenreeks 1 peper

1

Vul aan zodat de opgave klopt.

a) $(\sqrt{9})^{\text{3}} = 27$

c) $(\sqrt{4^{\text{2}}})^2 = 16$

e) $(\sqrt{2^{\text{3}}}) = \sqrt{8}$

b) $(\sqrt{49})^{\text{2}} = 49$

d) $(\sqrt{6^{\text{2}}}) = 6$

f) $(\sqrt{100})^{\text{1}} = 10$

2

Bereken zonder rekenmachine.

a) $\sqrt{100} = 10$

b) $-\sqrt{49} = -7$

c) $\sqrt{144} = 12$

d) $\sqrt[3]{-8} = -2$

e) $\sqrt[3]{125} = 5$

f) $\sqrt[3]{1} = 1$

3

Schrijf als een macht met een positieve exponent door de rekenregels van machten toe te passen.
De gebruikte letters verschillen van nul.

a) $3^2 \cdot 3^9 = 3^{11}$

f) $a^4 \cdot a^8 = a^{12}$

b) $a^2 : a^{-4} = a^6$

g) $x^{-15} : x^{-5} = x^{-10} = \frac{1}{x^{10}}$

c) $\frac{x^{-5}}{x^4} = x^{-9} = \frac{1}{x^9}$

h) $(2 \cdot a)^3 = 2^3 \cdot a^3$

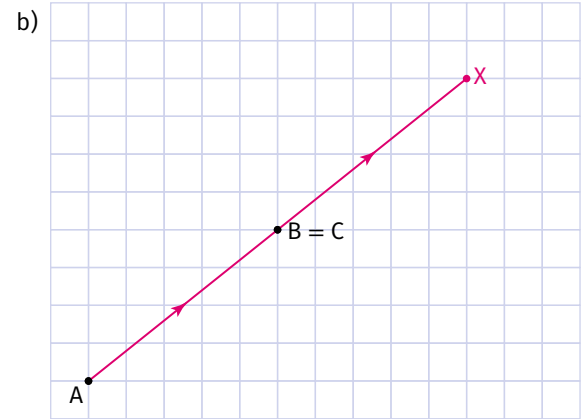
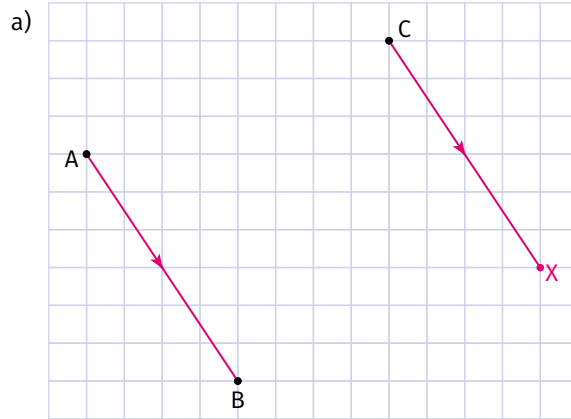
d) $(z^6)^2 = z^{12}$

i) $\frac{y^3}{y} = y^2$

e) $\left(\frac{-1}{2}\right)^3 = \frac{-1^3}{2^3} = -\frac{1}{2^3}$

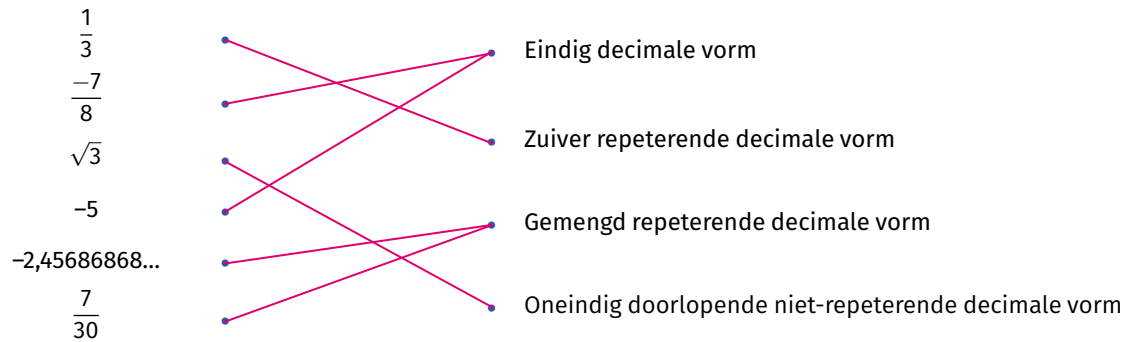
j) $(5a^4)^2 = 5^2 \cdot a^8$

4

Teken telkens het punt X zodat $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CX}$.

5

Verbind onderstaande getallen met de meest juiste benaming.



6

Schrijf de volgende uitspraken met behulp van een ongelijkheidsteken.

a) x is hoogstens 8

$x \leq 8$

b) y is strikt groter dan -3

$y > -3$

c) z is kleiner dan -1

$z < -1$

d) t is minstens 0

$t \geq 0$

7

Reken uit.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{8 \cdot 2} &= \sqrt{16} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \sqrt{\frac{50}{2}} &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{\frac{100}{4}} &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \sqrt{50 - 14} &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{16 + 9} &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \sqrt{7 \cdot 7} &= \sqrt{49} \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\text{d) } \sqrt{10\,000} = 100$$

$$\begin{aligned} \text{i) } (\sqrt{5^2})^2 &= 5^2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$\text{e) } \sqrt{18^2} = 18$$

$$\text{j) } \sqrt{21} \cdot \sqrt{21} = 21$$

8

Benader het reëel getal op de gevraagde nauwkeurigheid.

$$\text{a) } \sqrt{5} \text{ op } 0,001 \text{ nauwkeurig} \quad 2,236$$

$$\text{b) } -\pi \text{ op } 0,00001 \text{ nauwkeurig} \quad -3,14159$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{22}} \text{ op } 0,01 \text{ nauwkeurig} \quad 0,83$$

$$\text{d) } -\sqrt{145} \text{ op } 0,1 \text{ nauwkeurig} \quad -12,0$$

9

Bereken.

$$a) 2\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

$$b) 23\sqrt{23} - 20\sqrt{23} - 3\sqrt{23} = 0\sqrt{23} = 0$$

$$c) 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = -5\sqrt{3}$$

$$d) \sqrt{5} - 3\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

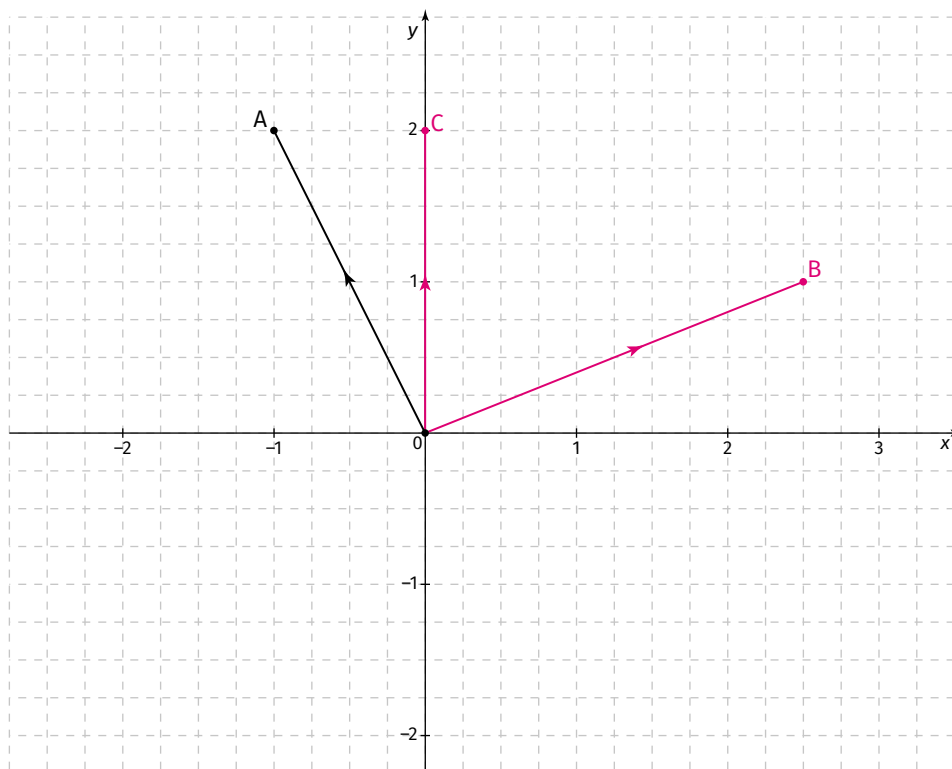
10

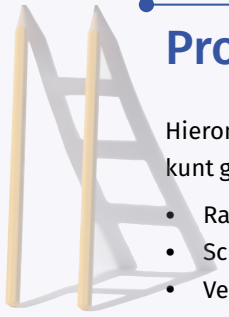
- Omcirkel de sporten die met een bal en in openlucht gespeeld worden in het groen.
- Omcirkel de sporten die op 2 of meerdere wielen beoefend worden in het rood.
- Omcirkel de sporten die in het water beoefend worden in het blauw.
- Omcirkel de sporten die tijdens een wedstrijd niet individueel gewonnen kunnen worden in het zwart.
- Omcirkel de sporten die op sneeuw of ijs worden beoefend in het oranje.
- Omcirkel de sporten waarbij 2 personen of 2 ploegen tegen elkaar spelen in het paars.



11

De coördinaat van $\vec{A}$ is $(-1, 2)$.
Teken $\vec{B}(2, 5; 1)$ en $\vec{C}(0, 2)$ in het assenstelsel.





Problemen oplossen met heuristieken

Hieronder vind je twee problemen. Je moet zelf een oplossingsstrategie kiezen en nagaan welke wiskundekennis je kunt gebruiken om het probleem op te lossen.

- Raadpleeg je vademecum om een gepaste heuristiek te kiezen en denk soms out of the box.
- Schrijf jouw oplossing netjes uit zodat je die kunt presenteren voor andere leerlingen.
- Vergelijk jouw oplossing met die van een andere leerling.
- Werk samen en kom tot nieuwe inzichten bij het oplossen van problemen.

Probleem 1

Over een kraslot worden 3 uitspraken gedaan. Slechts 1 uitspraak is waar. Achter precies 1 laag zit een winnend geldbedrag.

- Kras je laag 1 weg, dan win je geen geld.
- Je wint geld als je laag 3 wegkrast.
- Kras je laag 1 of laag 2 weg, dan win je geen geld.

Waar zit het geld?



Gekozen heuristiek: Alle mogelijkheden opschrijven en dan elimineren

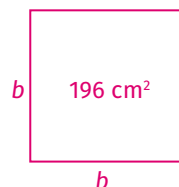
We bekijken de derde uitspraak. Stel dat $a =$ 'Er zit geen winnend bedrag achter laag 1.' en $b =$ 'Er zit geen winnend bedrag achter laag 2.'. Dan is $a \vee b$ altijd waar (of het winnend bedrag nu achter laag 1, laag 2 of laag 3 zit). Bijgevolg is de derde uitspraak waar.

Aangezien slechts 1 van de 3 uitspraken waar kan zijn, weten we dat de eerste 2 uitspraken vals moeten zijn. Uit de negatie van de eerste uitspraak kunnen we afleiden dat het winnend bedrag achter laag 1 zit.

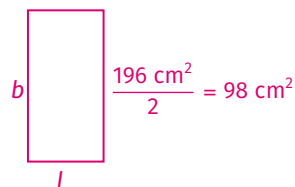
Probleem 2

De breedte van een rechthoek is even lang als de zijde van een vierkant met een oppervlakte van 196 cm^2 . De oppervlakte van de rechthoek is half zo groot als de oppervlakte van het vierkant. Bepaal de lengte van de rechthoek.

Gekozen heuristiek: Het probleem oplossen door een vergelijking of een formule op te stellen



$$\begin{aligned} b^2 &= 196 \text{ cm}^2 \\ b &= 14 \text{ cm} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} b \cdot l &= 98 \text{ cm}^2 \\ 14 \text{ cm} \cdot l &= 98 \text{ cm}^2 \\ l &= \frac{98 \text{ cm}^2}{14 \text{ cm}} \\ l &= 7 \text{ cm} \end{aligned}$$

Antwoord: De lengte van de rechthoek is 7 cm.

Oefeningenreeks 2 pepers

12

Vul < of > in.

a) $-2,35$ $<$ -2

d) $\sqrt{14}$ $<$ 4

b) $|-5|$ $>$ $|-2|$

e) $-\sqrt{10}$ $<$ $-\sqrt{2}$

c) $-\frac{1}{2}\pi$ $>$ -2π

f) $-\pi$ $<$ -3



13

Zet onderstaande decimale getallen om naar een onvereenvoudigbare breuk.

a) $-5,8 = \frac{-58}{10} = \frac{-29}{5}$

b) $15,82 = \frac{1582}{100} = \frac{791}{50}$

c) $7,34 = \frac{734}{100} = \frac{367}{50}$

d) $-0,16 = \frac{-16}{100} = \frac{-4}{25}$

e) $3,25 = \frac{325}{100} = \frac{13}{4}$



14

Verbind de rekenregel in woorden met de rekenregel in symbolen. $a, b \in \mathbb{R}_0^+$; $n \in \mathbb{N}$

Het kwadraat van de positieve vierkantswortel van een positief reëel getal is steeds het getal zelf.

De positieve vierkantswortel uit een product van positieve reële getallen is gelijk aan het product van de positieve vierkantswortels van de factoren.

De positieve vierkantswortel uit een quotiënt van positieve reële getallen waarvan de deler niet nul is, is gelijk aan het quotiënt van de positieve vierkantswortels uit de teller en de noemer.

De positieve vierkantswortel uit een n -de macht van een positief reëel getal is gelijk aan de n -de macht van de positieve vierkantswortel van het getal.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$



15

Kleur de intervallen waar het reëel getal **niet** toe behoort.

$\sqrt{5}$	$[-14; \sqrt{5}]$	$[-2,24; 2,3]$	$]\sqrt{5}; 9]$	$]2; 2,5]$
$\frac{-\sqrt{10}}{3}$	$[-1,3; -1]$	$\left[-\frac{\sqrt{10}}{3}; +\infty\right[$	$]-\infty; \frac{-\sqrt{10}}{3}[-$	$] -1; 1[$



16

De gegeven getallen staan in wetenschappelijke schrijfwijze. Schrijf deze getallen zonder macht van 10.

a) $8,21 \cdot 10^9 = 8\,210\,000\,000$

f) $4,479 \cdot 10^8 = 447\,900\,000$

b) $5,3 \cdot 10^5 = 530\,000$

g) $9,2 \cdot 10^{-5} = 0,000092$

c) $1,015 \cdot 10^{-7} = 0,0000001015$

h) $7,31 \cdot 10^3 = 7310$

d) $7,9 \cdot 10^{12} = 7\,900\,000\,000\,000$

i) $8,001 \cdot 10^{-8} = 0,00000008001$

e) $3,33 \cdot 10^{-6} = 0,00000333$

j) $4,125 \cdot 10^6 = 4\,125\,000$



17

Bereken.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \sqrt{9^3} &= \sqrt{9^2 \cdot 9} \\
 &= 9\sqrt{9} \\
 &= 9 \cdot 3 \\
 &= 27
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } (\sqrt{9})^3 &= (\sqrt{9})^2 \cdot (\sqrt{9}) \\
 &= 9\sqrt{9} \\
 &= 9 \cdot 3 \\
 &= 27
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } -\sqrt{16^4} &= -\sqrt{16^2 \cdot 16^2} \\
 &= -16 \cdot 16 \\
 &= -256
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } (-3\sqrt{2})^4 &= 81 \cdot [(\sqrt{2})^2]^2 \\
 &= 81 \cdot 2^2 \\
 &= 81 \cdot 4 \\
 &= 324
 \end{aligned}$$

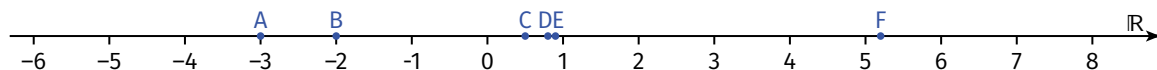
$$\begin{aligned}
 \text{c) } (\sqrt{5})^6 &= [(\sqrt{5})^2]^3 \\
 &= 5^3 \\
 &= 125
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f) } (4\sqrt{3})^2 &= 16 \cdot 3 \\
 &= 48
 \end{aligned}$$



18

Plaats $\frac{1}{2}$; -2 ; $2 + \pi$; $\frac{7}{9}$; $-\sqrt{9}$; $\sqrt{\frac{10}{13}}$ bij de juiste abscis.

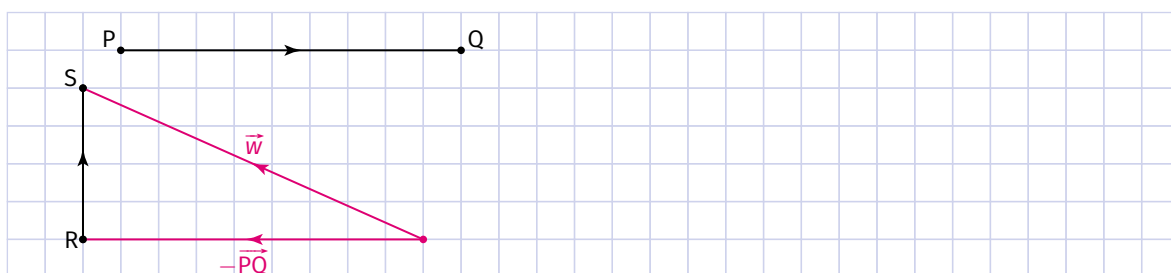


A	B	C	D	E	F
$-\sqrt{9}$	-2	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{9}$	$\sqrt{\frac{10}{13}}$	$2 + \pi$



19

Teken een vertegenwoordiger van $\vec{w}$ met $\vec{w} = -\vec{PQ} + \vec{RS}$.



20

Bereken uit het hoofd.

a) $\sqrt{81}$

= 9

c) $-\sqrt{6400}$

= -80

b) $\sqrt{196}$

= 14

d) $\sqrt{3^6}$

= $\sqrt{3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2}$

= $3 \cdot 3 \cdot 3$

= 27



a) $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \\
 &= \sqrt{18} + \sqrt{6} \\
 &= \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{6} \\
 &= 3\sqrt{2} + \sqrt{6}
 \end{aligned}$$

e) $\sqrt{5}(\sqrt{125} - \sqrt{5})$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{5} \cdot \sqrt{125} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \\
 &= \sqrt{625} - 5 \\
 &= 25 - 5 \\
 &= 20
 \end{aligned}$$

b) $\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} \\
 &= \sqrt{18} - \sqrt{12} \\
 &= \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 3} \\
 &= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

f) $\sqrt{10}(2\sqrt{10} + 3\sqrt{1000})$

$$\begin{aligned}
 &= 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{10} + 3\sqrt{1000} \cdot \sqrt{10} \\
 &= 2 \cdot 10 + 3\sqrt{10\,000} \\
 &= 20 + 3 \cdot 100 \\
 &= 20 + 300 \\
 &= 320
 \end{aligned}$$

c) $\sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{6})$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \\
 &= \sqrt{6} - \sqrt{12} \\
 &= \sqrt{6} - \sqrt{4 \cdot 3} \\
 &= \sqrt{6} - 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

g) $\sqrt{2}(\sqrt{8} + 3\sqrt{32})$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} \\
 &= \sqrt{16} + 3\sqrt{64} \\
 &= 4 + 3 \cdot 8 \\
 &= 4 + 24 \\
 &= 28
 \end{aligned}$$

d) $\sqrt{21}(\sqrt{7} - \sqrt{3})$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{21} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{21} \cdot \sqrt{3} \\
 &= \sqrt{147} - \sqrt{63} \\
 &= \sqrt{49 \cdot 3} - \sqrt{9 \cdot 7} \\
 &= 7\sqrt{3} - 3\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

h) $\sqrt{3}(2\sqrt{27} - 4\sqrt{3})$

$$\begin{aligned}
 &= 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} - 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \\
 &= 2\sqrt{81} - 4 \cdot 3 \\
 &= 2 \cdot 9 - 12 \\
 &= 18 - 12 \\
 &= 6
 \end{aligned}$$



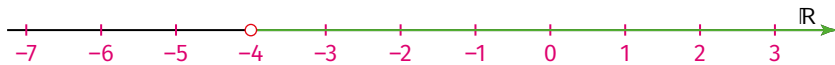
22

Stel de volgende verzamelingen voor op een getallenas.

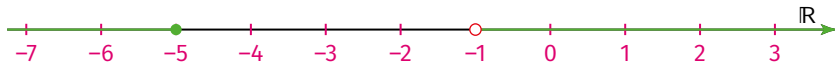
a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2 \wedge x > -6\}$



b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -4 \vee x > 2\}$



c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -1 \vee x \leq -5\}$



d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2 \wedge x < 8\}$



23

Vereenvoudig.

a) $\sqrt{98} = \sqrt{2 \cdot 49} = 7\sqrt{2}$

b) $\sqrt{350} = \sqrt{25 \cdot 14} = 5\sqrt{14}$

c) $\sqrt{480} = \sqrt{16 \cdot 30} = 4\sqrt{30}$

d) $\sqrt{156} = \sqrt{4 \cdot 39} = 2\sqrt{39}$

24

Zet onderstaande breuken om naar hun decimale vorm.

a) $\frac{6}{25} = \frac{24}{100} = 0,24$

b) $\frac{17}{20} = \frac{85}{100} = 0,85$

c) $\frac{-42}{75} = \frac{-14}{25} = \frac{-56}{100} = -0,56$

d) $\frac{-\sqrt{196}}{50} = -\frac{14}{50} = -\frac{28}{100} = -0,28$

e) $\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8} = \frac{625}{1000} = 0,625$

Bereken indien mogelijk de reële waarden van x .

a) $x^2 = 81$

$$\begin{array}{ll} x = \sqrt{81} & \text{of} \quad x = -\sqrt{81} \\ x = 9 & \text{of} \quad x = -9 \end{array}$$

c) $x^2 = 49$

$$\begin{array}{ll} x = \sqrt{49} & \text{of} \quad x = -\sqrt{49} \\ x = 7 & \text{of} \quad x = -7 \end{array}$$

b) $x^2 = -4$

Onmogelijk, je kunt geen vierkantswortel nemen van een negatief getal.

d) $x^2 = -121$

Onmogelijk, je kunt geen vierkantswortel nemen van een negatief getal.



Oefeningenreeks 3 pepers

26

Noteer de periode van de repeterende decimale vorm.

a) $-3,45666\dots$

6

d) $12,3456345345345\dots$

345

b) $13,131313\dots$

13

e) $0,333555\dots$

5

c) $-49,53424242\dots$

42

f) $897,897787878\dots$

78



27

Werk uit en vereenvoudig. Noteer het resultaat zonder negatieve exponenten. Alle letters stellen reële getallen verschillend van 0 voor.

a) $x^5 \cdot x^4$

$= x^9$

h) $3^2 \cdot 3^{-4} \cdot 3^8$

$= 3^6$

b) $\frac{(\sqrt{3})^9}{(\sqrt{3})^3}$

$= (\sqrt{3})^6 = ((\sqrt{3})^2)^3 = 3^3$

i) $\frac{(-3)^5}{(-3)^4}$

$= (-3)^1 = -3$

c) $(-2xyz)^4$

$= 16x^4y^4z^4$

j) $(3^2)^6$

$= 3^{12}$

d) $(\sqrt{7})^3 \cdot (\sqrt{7})^9$

$= (\sqrt{7})^{12} = ((\sqrt{7})^2)^6 = 7^6$

k) $(-4)^5 \cdot (-4)^{-5}$

$= (-4)^0 = 1$

e) $(2^3)^{-4}$

$= 2^{-12} = \frac{1}{2^{12}}$

l) $\left(\frac{7}{8}\right)^{-2}$

$= \left(\frac{8}{7}\right)^2 = \frac{8^2}{7^2}$

f) $a^7 \cdot a^{-3}$

$= a^4$

m) $(a^5)^0$

$= a^0 = 1$

g) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$

$= \frac{3^3}{4^3}$

n) $(3a)^3$

$= 27a^3$



Vereenvoudig. Alle letters stellen strikt positieve reële getallen voor.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{a^{25}} &= \sqrt{a^{24} \cdot a} \\ &= a^{12} \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{x^8 \cdot x^{-5} \cdot x^2} &= \sqrt{x^5} \\ &= \sqrt{x^4 \cdot x} \\ &= x^2 \sqrt{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{169a^{11}} &= 13\sqrt{a^{10} \cdot a} \\ &= 13a^5 \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt{a^5} \cdot \sqrt{a^{-4}} \cdot \sqrt{a^7} &= \sqrt{a^5 \cdot a^{-4} \cdot a^7} \\ &= \sqrt{a^8} \\ &= a^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \sqrt{625x^7y^6z^3} &= 25\sqrt{x^6 \cdot x \cdot y^6 \cdot z^2 \cdot z} \\ &= 25x^3y^3z\sqrt{xz} \end{aligned}$$



29

Maak de noemers wortelvrij.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3}{\sqrt{7}} &= \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} \\ &= \frac{3\sqrt{7}}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3 + \sqrt{5}}{\sqrt{3}} &= \frac{(3 + \sqrt{5}) \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{15}}{3} \\ &= \sqrt{3} + \frac{\sqrt{15}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{8}{\sqrt{450}} &= \frac{8\sqrt{450}}{\sqrt{450} \cdot \sqrt{450}} \\ &= \frac{8\sqrt{450}}{450} \\ &= \frac{4\sqrt{225 \cdot 2}}{225} \\ &= \frac{4 \cdot 15\sqrt{2}}{225} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{5 - \sqrt{28}}{\sqrt{6}} &= \frac{(5 - \sqrt{28}) \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} \\ &= \frac{5\sqrt{6} - \sqrt{28} \cdot \sqrt{6}}{6} \\ &= \frac{5\sqrt{6} - \sqrt{168}}{6} \\ &= \frac{5\sqrt{6} - \sqrt{4 \cdot 42}}{6} \\ &= \frac{5\sqrt{6} - 2\sqrt{42}}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{24\sqrt{5}}{12\sqrt{10}} &= \frac{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} \\ &= \frac{2\sqrt{50}}{10} \\ &= \frac{\sqrt{25 \cdot 2}}{5} \\ &= \frac{5\sqrt{2}}{5} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } (\sqrt{5})^{-3} &= \frac{1}{5\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{25} \end{aligned}$$



30

Vereenvoudig indien mogelijk de vierkantswortel in je resultaat. a is een strikt positief reëel getal.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{a\sqrt{a^{13}}}{\sqrt{a^9}} &= \frac{a\sqrt{a^{12} \cdot a}}{\sqrt{a^8 \cdot a}} \\ &= \frac{a \cdot a^6 \sqrt{a}}{a^4 \sqrt{a}} \\ &= \frac{a^7}{a^4} \\ &= a^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{a\sqrt{a^5}}{\sqrt{a}} &= \frac{a\sqrt{a^4 \cdot a}}{\sqrt{a}} \\ &= \frac{a \cdot a^2 \sqrt{a}}{\sqrt{a}} \\ &= a^3 \end{aligned}$$



31

Geef de betekenis van de volgende notaties weer op een getallenas.

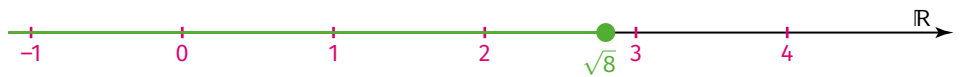
a) $-2 < x \leq 3,5$



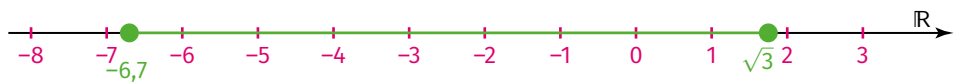
b) $]-\sqrt{7}, 6[$



c) $x \leq \sqrt{8}$



d) $[-6,7; \sqrt{3}]$



e) $[\sqrt{30}, +\infty[$



32

Noteer als een interval.

a) Alle reële getallen die kleiner dan of gelijk zijn aan 3,2.

$]-\infty; 3,2]$

b) Alle reële getallen die groter dan of gelijk zijn aan $-\pi$ en kleiner zijn dan 23.

$[-\pi, 23[$

c) $-5 \leq x \leq 9$

$[-5, 9]$

d) $\sqrt{2} < x \leq 2\pi$

$]\sqrt{2}, 2\pi]$



33

Vul aan met $<$ of $>$.

a) 3,555 $>$ 2,555...

b) $-3 > -\sqrt{11}$

c) $12 > \sqrt{140}$



34

Vul aan.

a) $\vec{SK} + \vec{KS} = \vec{0}$

b) $\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{AB} + \vec{DC}$

c) $\vec{XY} + \vec{0} = \vec{XY}$



35

Vul $\wedge$ of $\vee$ in.

$$\text{a) } x \leq y \iff x < y \quad \vee \quad x = y$$

$$\text{b) } -4 < x \leq 3 \iff x > -4 \quad \wedge \quad x \leq 3$$



36

Bereken als je weet dat a een strikt positief reëel getal is.

$$\text{a) } \sqrt{16a^4}$$

$$= 4a^2$$

$$\text{d) } \sqrt{a^5} + 4a^2\sqrt{a}$$

$$= a^2\sqrt{a} + 4a^2\sqrt{a}$$

$$= 5a^2\sqrt{a}$$

$$\text{b) } \sqrt{49a^8a^5}$$

$$= \sqrt{49a^{13}}$$

$$= 7a^6\sqrt{a}$$

$$\text{e) } \sqrt{a^3} + 3a\sqrt{a} - 5\sqrt{a}$$

$$= a\sqrt{a} + 3a\sqrt{a} - 5\sqrt{a}$$

$$= 4a\sqrt{a} - 5\sqrt{a}$$

$$= \sqrt{a}(4a - 5)$$

$$\text{c) } 4a\sqrt{a} - 2a\sqrt{9a}$$

$$= 4a\sqrt{a} - 2a \cdot 3\sqrt{a}$$

$$= 4a\sqrt{a} - 6a\sqrt{a}$$

$$= -2a\sqrt{a}$$



37

Zet met behulp van ICT de oneindig doorlopende decimale vorm om naar een breukvorm.

$$\text{a) } 0,373737... = \frac{37}{99}$$

$$\text{b) } 3,57898989... = \frac{8858}{2475}$$

$$\text{c) } -61,232323... = \frac{-6062}{99}$$



38

Bereken.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \sqrt{18^3} &= 18\sqrt{18} \\
 &= 18\sqrt{9 \cdot 2} \\
 &= 18 \cdot 3\sqrt{2} \\
 &= 54\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } -\sqrt{64^3} &= -64\sqrt{64} \\
 &= -64 \cdot 8 \\
 &= -512
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } (\sqrt{5})^6 &= ((\sqrt{5})^2)^3 \\
 &= 5^3 \\
 &= 125
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } (-3\sqrt{7})^4 &= 81 \cdot 7^2 \\
 &= 81 \cdot 49 \\
 &= 3969
 \end{aligned}$$

**39**

Noteer als een ongelijkheid.

$$\text{a) } [4,5; 15[$$

$$4,5 \leq x < 15$$

$$\text{b) }]-3\pi, 5\pi]$$

$$-3\pi < x \leq 5\pi$$

$$\text{c) } \text{Alle reële getallen die groter dan of gelijk zijn aan } -\sqrt{2} \text{ en kleiner zijn dan } \sqrt{8}.$$

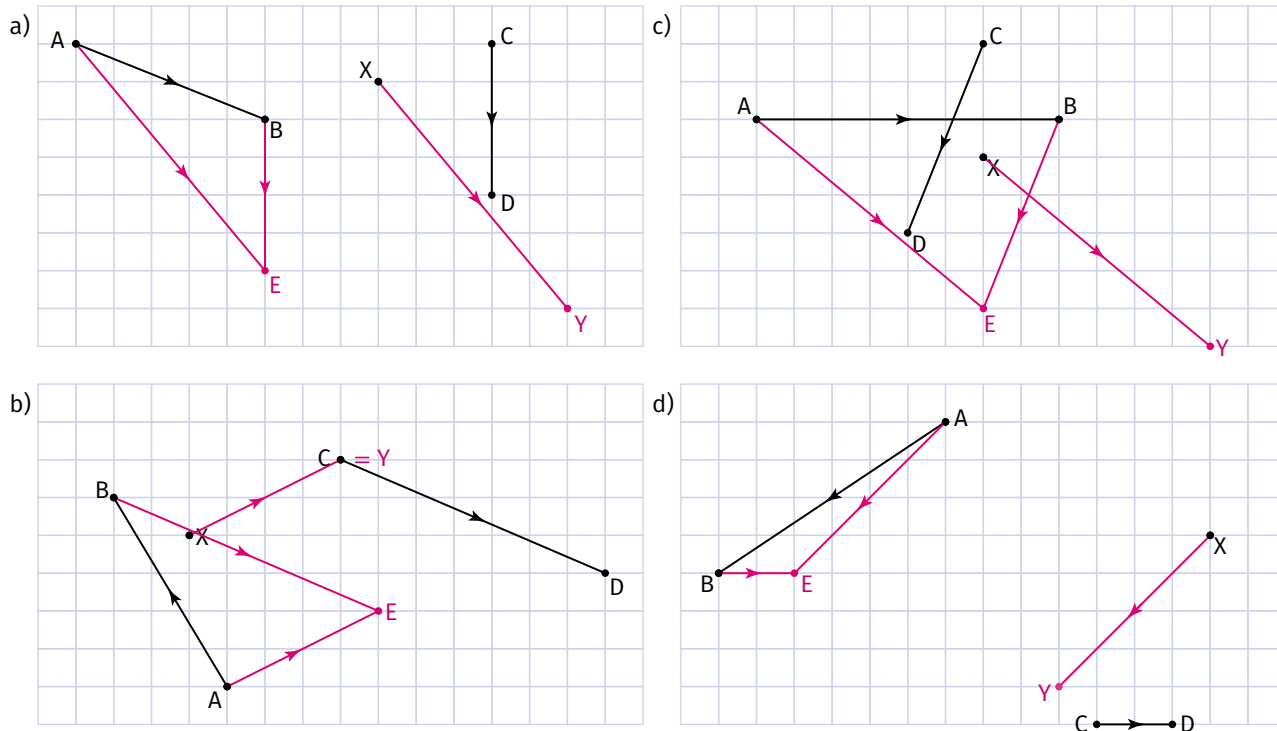
$$-\sqrt{2} \leq x < \sqrt{8}$$

$$\text{d) } \text{Alle reële getallen die groter dan of gelijk zijn aan } \sqrt{36}.$$

$$\sqrt{36} \leq x$$



40

Teken telkens een vector $\vec{XY}$ zodat $\vec{XY} = \vec{AB} + \vec{CD}$.

41

Omkring telkens de juiste bewering.

- a) Als $-x \leq 1$ dan $x \leq 1$ $x \geq 1$ $x \leq -1$ $x \geq -1$
- b) Als $-x > -5$ dan $x < 5$ $x > 5$ $x < -5$ $x > -5$
- c) Als $2 > x$ dan $x < 2$ $x > 2$ $x < -2$ $x > -2$
- d) Als $-x \geq 3$ dan $x \leq 3$ $x \geq 3$ $x \leq -3$ $x \geq -3$



42

Zet een kruisje indien de uitspraak klopt.

	IS EEN RATIONAAL GETAL	IS EEN IRRATIONAAL GETAL	IS EEN REËEL GETAL
1,23456789...		<u>X</u>	<u>X</u>
-2,8555...	<u>X</u>		<u>X</u>
2π		<u>X</u>	<u>X</u>
$-\sqrt{49}$	<u>X</u>		<u>X</u>
4,232323...	<u>X</u>		<u>X</u>
$\sqrt{3}$		<u>X</u>	<u>X</u>



43

Werk uit en vereenvoudig. Noteer het resultaat met positieve exponenten. ($a \neq 0$ en $b \neq 0$)

$$\begin{aligned} \text{a) } y^{-2} \cdot y^4 \cdot y^8 &= y^{-2+4+8} \\ &= y^{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } z^3 \cdot z^{-7} \cdot z^{-2} \cdot z^4 &= z^{3-7-2+4} \\ &= z^{-2} \\ &= \frac{1}{z^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } a^{-1} \cdot a^5 \cdot a^3 &= a^{-1+5+3} \\ &= a^7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \left[\left(\frac{-2}{5} \right)^3 \right]^{-2} &= \left(\frac{-2}{5} \right)^{-6} \\ &= \left(\frac{-5}{2} \right)^6 \\ &= \frac{5^6}{2^6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (b^3 : b^{-2})^5 &= (b^5)^5 \\ &= b^{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } (a^2 \cdot a^5)^4 &= (a^7)^4 \\ &= a^{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left(\frac{2}{7} \right)^3 : \left(\frac{2}{7} \right)^8 &= \left(\frac{2}{7} \right)^{-5} \\ &= \left(\frac{7}{2} \right)^5 \\ &= \frac{7^5}{2^5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j) } \left(\frac{y^2}{y^3} \right)^{-2} &= \left(\frac{1}{y} \right)^{-2} \\ &= y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{(-2)^7}{(-2)^{-5}} &= (-2)^{12} \\ &= 2^{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k) } \left(\frac{a^4}{b^{-3}} \right)^2 &= \frac{a^8}{b^{-6}} \\ &= a^8 b^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } (4^3)^{-5} &= 4^{-15} \\ &= \left(\frac{1}{4} \right)^{15} \\ &= \frac{1}{4^{15}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l) } \left(\frac{-3}{2} \right)^{-5} &= \left(\frac{2}{-3} \right)^5 \\ &= -\frac{2^5}{3^5} \end{aligned}$$



44

Bereken met behulp van je rekenmachine. Rond indien nodig je resultaat af op 0,001 nauwkeurig.

$$\text{a) } \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{216} = 9$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{-81} + \sqrt[3]{100} = 0,31484... \approx 0,315$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{47} + \sqrt[3]{-12} = 1,319397... \approx 1,319$$



45

Een pizzakoerier levert een pizza bij een klant volgens volgende route. Het traject wordt beschreven door ABCDEF. Er waait een westenwind van 15 m/s (7 beaufort).

- a) Teken de windvector.



- b) Tussen welke punten van het traject ondervindt de koerier tegenwind?

Van A tot B, van B tot D en van E tot F.



46

Bereken de middelevenredigen.

a) $\frac{32}{x} = \frac{x}{2}$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 32 &= x \cdot x \\ 64 &= x^2 \\ \sqrt{64} &= x \quad \text{of} \quad x = -\sqrt{64} \\ 8 &= x \quad \text{of} \quad x = -8 \end{aligned}$$

c) $\frac{-28}{x} = \frac{x}{-7}$

$$\begin{aligned} (-28) \cdot (-7) &= x \cdot x \\ 196 &= x^2 \\ \sqrt{196} &= x \quad \text{of} \quad x = -\sqrt{196} \\ 14 &= x \quad \text{of} \quad x = -14 \end{aligned}$$

b) $\frac{3}{x} = \frac{x}{48}$

$$\begin{aligned} 3 \cdot 48 &= x \cdot x \\ 144 &= x^2 \\ \sqrt{144} &= x \quad \text{of} \quad x = -\sqrt{144} \\ 12 &= x \quad \text{of} \quad x = -12 \end{aligned}$$

d) $\frac{-4}{x} = \frac{x}{-36}$

$$\begin{aligned} (-4) \cdot (-36) &= x \cdot x \\ 144 &= x^2 \\ \sqrt{144} &= x \quad \text{of} \quad x = -\sqrt{144} \\ 12 &= x \quad \text{of} \quad x = -12 \end{aligned}$$





Problemen oplossen met heuristieken

Hieronder vind je twee problemen. Je moet zelf een oplossingsstrategie kiezen en nagaan welke wiskundekennis je kunt gebruiken om het probleem op te lossen.

- Raadpleeg je vademecum om een gepaste heuristiek te kiezen en denk soms out of the box.
- Schrijf jouw oplossing netjes uit zodat je die kunt presenteren voor andere leerlingen.
- Vergelijk jouw oplossing met die van een andere leerling.
- Werk samen en kom tot nieuwe inzichten bij het oplossen van problemen.

Probleem 3

In een klas van 24 leerlingen heeft de helft een abonnement op Spotify. $\frac{1}{3}$ van de klas heeft een abonnement op Netflix. $\frac{1}{4}$ van de klas heeft beide abonnementen. Hoeveel leerlingen hebben geen van beide abonnementen?



Gekozen heuristiek: **Het maken van een figuur, een schema, een lijst, een grafiek, een tabel, een diagram ...**

$$\frac{1}{2} \cdot 24 = 12 \rightarrow 12 \text{ leerlingen hebben Spotify (S).}$$

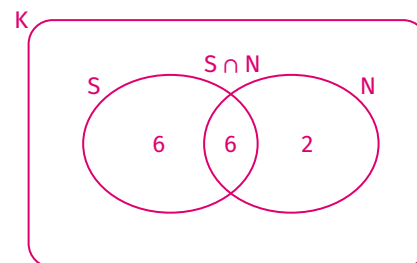
$$\frac{1}{3} \cdot 24 = 8 \rightarrow 8 \text{ leerlingen hebben Netflix (N).}$$

$$\frac{1}{4} \cdot 24 = 6 \rightarrow 6 \text{ leerlingen hebben Spotify en Netflix (S} \cap \text{N).}$$

In totaal zijn er 24 leerlingen in de klas (K).

Er zijn $12 + 8 - 6 = 14$ leerlingen die Spotify of Netflix hebben ($S \cup N$).

In de klas (K) zijn er dus $24 - 14 = 10$ leerlingen die geen van beide abonnementen hebben ($K \setminus (S \cap N)$).



Probleem 4

Een rechthoek heeft een oppervlakte van 216 cm^2 . Deze rechthoek kan exact bedekt worden met 12 congruente vierkanten.

Onderzoek de mogelijkheden en bepaal de lengte en breedte.

Gekozen heuristiek: **Het maken van een figuur, een schema, een lijst, een grafiek, een tabel, een diagram ...**

De oppervlakte van 1 vierkantje is $\frac{216 \text{ cm}^2}{12} = 18 \text{ cm}^2$.

•  $l = 12 \cdot b$

$$l \cdot b = 216 \text{ cm}^2$$

$$12 \cdot b^2 = 216 \text{ cm}^2$$

$$b = \sqrt{\frac{216 \text{ cm}^2}{12}} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$l = 36\sqrt{2} \text{ cm}$$

•  $l = 3 \cdot b$

$$b = \sqrt{\frac{216 \text{ cm}^2}{3}} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$l = 18\sqrt{2} \text{ cm}$$

•  $l = \frac{4}{3} \cdot b$

$$b = \sqrt{\frac{3 \cdot 216 \text{ cm}^2}{4}} = 9\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$l = 12\sqrt{2} \text{ cm}$$

Oefeningenreeks 4 pepers

47

Maak de noemer wortelvrij.

a) $\frac{\sqrt{3} - 3\sqrt{4}}{\sqrt{3} + \sqrt{4}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{3} - 3 \cdot 2}{\sqrt{3} + 2} \\
 &= \frac{(\sqrt{3} - 6)(\sqrt{3} - 2)}{(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)} \\
 &= \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 6 \cdot 2}{(\sqrt{3})^2 - 2^2} \\
 &= \frac{3 - 8\sqrt{3} + 12}{3 - 4} \\
 &= \frac{15 - 8\sqrt{3}}{-1} \\
 &= -15 + 8\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

b) $\frac{\sqrt{3} + 2}{1 - \sqrt{3}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(\sqrt{3} + 2)(1 + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} \\
 &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{3}}{1^2 - (\sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{\sqrt{3} + 3 + 2 + 2\sqrt{3}}{1 - 3} \\
 &= \frac{3\sqrt{3} + 5}{-2} \\
 &= -\frac{3\sqrt{3} + 5}{2}
 \end{aligned}$$

c) $\frac{\sqrt{7} - 1}{5 + \sqrt{7}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(\sqrt{7} - 1)(5 - \sqrt{7})}{(5 + \sqrt{7})(5 - \sqrt{7})} \\
 &= \frac{5\sqrt{7} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - 5 + \sqrt{7}}{5^2 - (\sqrt{7})^2} \\
 &= \frac{5\sqrt{7} - 7 - 5 + \sqrt{7}}{25 - 7} \\
 &= \frac{6\sqrt{7} - 12}{18} \\
 &= \frac{\sqrt{7} - 2}{3}
 \end{aligned}$$

d) $\frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(\sqrt{2} + 2\sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})} \\
 &= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} \\
 &= \frac{\sqrt{10} + 2 + 2\sqrt{10} + 2 \cdot 2}{5 - 2} \\
 &= \frac{3\sqrt{10} + 6}{3} \\
 &= \sqrt{10} + 2
 \end{aligned}$$

e) $\frac{\sqrt{8} + 2}{4 - \sqrt{8}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(\sqrt{8} + 2)(4 + \sqrt{8})}{(4 - \sqrt{8})(4 + \sqrt{8})} \\
 &= \frac{4\sqrt{8} + \sqrt{8} \cdot \sqrt{8} + 2 \cdot 4 + 2\sqrt{8}}{4^2 - (\sqrt{8})^2} \\
 &= \frac{4\sqrt{8} + 8 + 8 + 2\sqrt{8}}{16 - 8} \\
 &= \frac{6\sqrt{8} + 16}{8} \\
 &= \frac{6\sqrt{4 \cdot 2} + 16}{8} \\
 &= \frac{6 \cdot 2\sqrt{2} + 16}{8} \\
 &= \frac{12\sqrt{2} + 16}{8} \\
 &= \frac{3\sqrt{2}}{2} + 2
 \end{aligned}$$

f) $\frac{\sqrt{4} - 3}{\sqrt{8} + 2}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 - 3}{\sqrt{8} + 2} \\
 &= \frac{-(\sqrt{8} - 2)}{(\sqrt{8} + 2)(\sqrt{8} - 2)} \\
 &= \frac{-\sqrt{8} + 2}{(\sqrt{8})^2 - 2^2} \\
 &= \frac{-\sqrt{4 \cdot 2} + 2}{8 - 4} \\
 &= \frac{-2\sqrt{2} + 2}{4} \\
 &= \frac{-\sqrt{2} + 1}{2}
 \end{aligned}$$



48

Vereenvoudig. Alle letters stellen strikt positieve reële getallen voor.

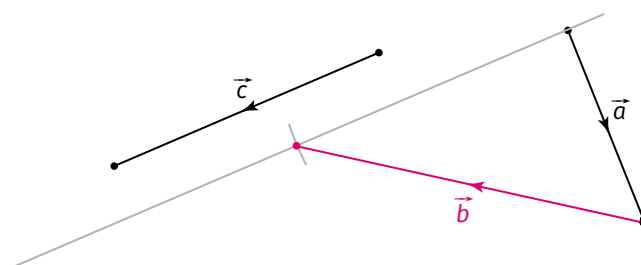
$$\text{a) } \sqrt{x^{44}} = x^{22}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{a^{98} \cdot a^{-20} \cdot a^3} &= \sqrt{a^{81}} \\ &= \sqrt{a^{80} \cdot a} \\ &= a^{40} \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{169a^9b^4c^7} &= 13\sqrt{a^8 \cdot a \cdot b^4 \cdot c^6 \cdot c} \\ &= 13a^4b^2c^3\sqrt{ac} \end{aligned}$$



49

Construeer $\vec{b}$ zodat $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

50

Bereken. Schrijf de vierkantswortels zo eenvoudig mogelijk. Maak indien nodig de noemer wortelvrij.

$$\text{a) } \sqrt{\frac{108}{3}} = \sqrt{36} = 6$$

$$\text{b) } -\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{\frac{27}{3}} = -\sqrt{9} = -3$$

$$\text{c) } \frac{3\sqrt{125}}{6\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5 \cdot 25}}{6\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{25}}{6} = \frac{\cancel{3}^1 \cdot 5}{\cancel{6}_2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{d) } \frac{4\sqrt{45}}{24\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5 \cdot 9}}{24\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{9}}{24} = \frac{\cancel{4}^1 \cdot 3}{\cancel{24}_6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{e) } \sqrt{\frac{-98}{-2}} = \sqrt{49} = 7$$



51

Zijn de uitspraken waar of niet waar? Vink aan.

- a) Alle rationale getallen zijn ook reële getallen. ☒ waar ☐ niet waar
- b) Er bestaan irrationale getallen die ook geheel zijn. ☐ waar ☒ niet waar
- c) Elk natuurlijk getal is ook een geheel getal. ☒ waar ☐ niet waar
- d) Elk reëel getal is een irrationaal getal. ☐ waar ☒ niet waar



52

Vul het juiste getal in of één van de symbolen $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}_0$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{R}_0^+$, $\mathbb{R}^-$ of $\mathbb{R}_0^-$.

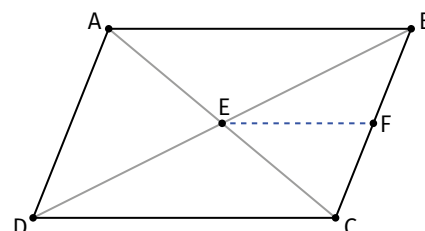
- a) $\forall a \in \mathbb{R}_0^+$ en $\forall b \in \mathbb{R}^- \implies a \cdot b \in \mathbb{R}^-$
- b) $\forall a \in \mathbb{R}^+$ en $\forall b \in \mathbb{R}^- \implies a - b \in \mathbb{R}^+$
- c) $\forall a, b \in \mathbb{R}_0 \implies a + b \in \mathbb{R}_0$
- d) $\forall a \in \mathbb{R}_0$ en $\forall b \in \mathbb{R}_0 \implies \frac{a}{b} \in \mathbb{R}_0^+$
- e) $\forall a \in \mathbb{R}^+ \implies -a \in \mathbb{R}^-$
- f) $\forall a \in \mathbb{R}_0^+ \implies a^{-1} \in \mathbb{R}_0^+$
- g) $\forall a \in \mathbb{R}_0 \implies a^{-1} \in \mathbb{R}_0$



53

Gegeven: parallellogram ABCD
E is het snijpunt van AC en BD
 $EF \parallel AB$

Gevraagd: Vul telkens één vector in.
Gebruik geen mintekens of getallen.



- a) $2\vec{DE} + \vec{BC} = \vec{DC}$
- b) $2\vec{EF} = \vec{AB}$
- c) $-2\vec{EB} = \vec{BD}$
- d) $2\vec{BE} - \vec{BC} = \vec{BA}$



Pas de rekenregels voor vierkantswortels toe. De gebruikte letters verschillen van nul.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\sqrt{y^n}}{\sqrt{y^{2n} \cdot y^{-3n}}} &= \frac{\sqrt{y^n}}{\sqrt{y^{-n}}} \\ &= \sqrt{\frac{y^n}{y^{-n}}} \\ &= \sqrt{y^{2n}} \\ &= y^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x^{-2}}} &= \frac{\sqrt{x \cdot x}}{\sqrt{x^{-2}}} \\ &= \sqrt{\frac{x^2}{x^{-2}}} \\ &= \sqrt{x^4} \\ &= x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (\sqrt{b^p} : \sqrt{b^{3p}})^2 &= (\sqrt{b^p : b^{3p}})^2 \\ &= b^{-2p} \\ &= \frac{1}{b^{2p}} \end{aligned}$$

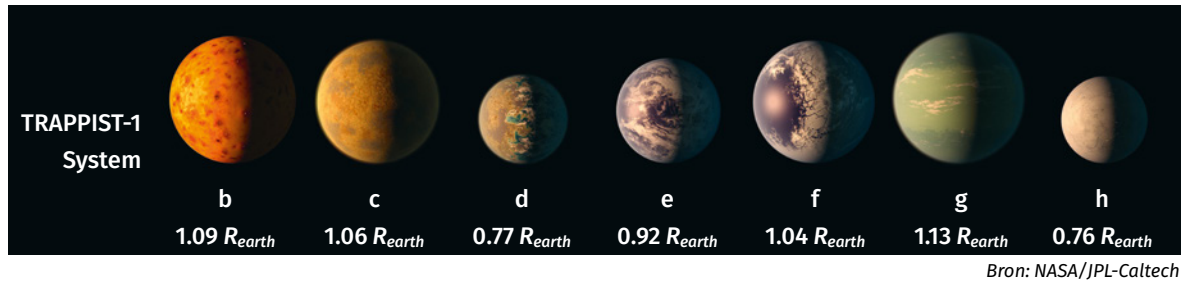
$$\begin{aligned} \text{e) } (\sqrt{y^n} \cdot \sqrt{y^3})^2 &= (\sqrt{y^n \cdot y^3})^2 \\ &= y^{n+3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{z^{2q}} \cdot \sqrt{z^q} \cdot \sqrt{z^{3q}} &= \sqrt{z^{2q} \cdot z^q \cdot z^{3q}} \\ &= \sqrt{z^{6q}} \\ &= z^{3q} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \sqrt{a^x} \cdot \sqrt{a^{3x}} &= \sqrt{a^x \cdot a^{3x}} \\ &= \sqrt{a^{4x}} \\ &= a^{2x} \end{aligned}$$



In 2017 ontdekte een team van Belgische astronomen 4 bewoonbare planeten rond de ster TRAPPIST-1, die zich op 39,6 lichtjaar van de aarde bevindt. Dat bracht het totaal aantal exoplaneten rond de ster op 7.



- a) De getallen onder de planeten geven aan hoe groot hun straal is ten opzichte van de straal van de aarde. De straal van de aarde is $6,371 \cdot 10^6$ m. Bereken de straal van de kleinste en de grootste planeet in km en noteer het antwoord in wetenschappelijke schrijfwijze.

$$R_g = 1,13 \cdot 6371 \text{ km} = 7199,23 \text{ km} = 7,19923 \cdot 10^3 \text{ km}$$

$$R_h = 0,76 \cdot 6371 \text{ km} = 4841,96 \text{ km} = 4,84196 \cdot 10^3 \text{ km}$$

Antwoord: De kleinste planeet heeft een straal van ongeveer $4,84 \cdot 10^3$ km en de straal van de grootste planeet is ongeveer $7,20 \cdot 10^3$ km.

- b) Bereken de afstand van de aarde tot de ster in km, als je weet dat 1 lichtjaar 9,5 biljoen kilometer is. Noteer het antwoord in wetenschappelijke schrijfwijze.

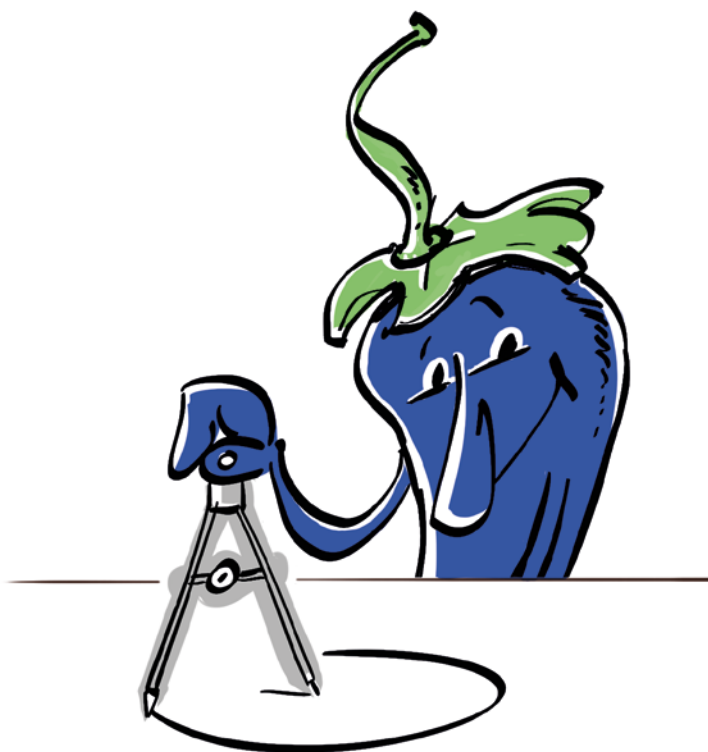
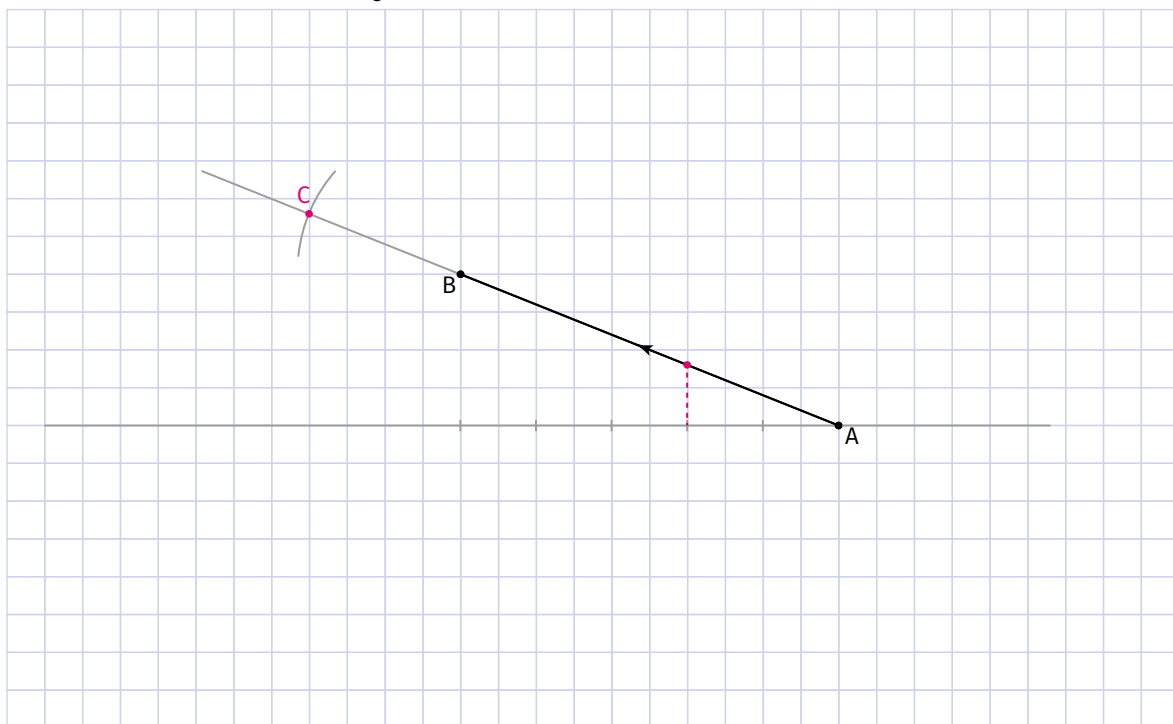
$$\begin{aligned} 39,6 \text{ lichtjaar} &= 39,6 \cdot 9,5 \text{ biljoen km} \\ &= 39,6 \cdot 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km} \\ &= 376,2 \cdot 10^{12} \text{ km} \\ &= 3,762 \cdot 10^{14} \text{ km} \end{aligned}$$

Antwoord: De afstand van de aarde tot de ster is $3,762 \cdot 10^{14}$ km.



56

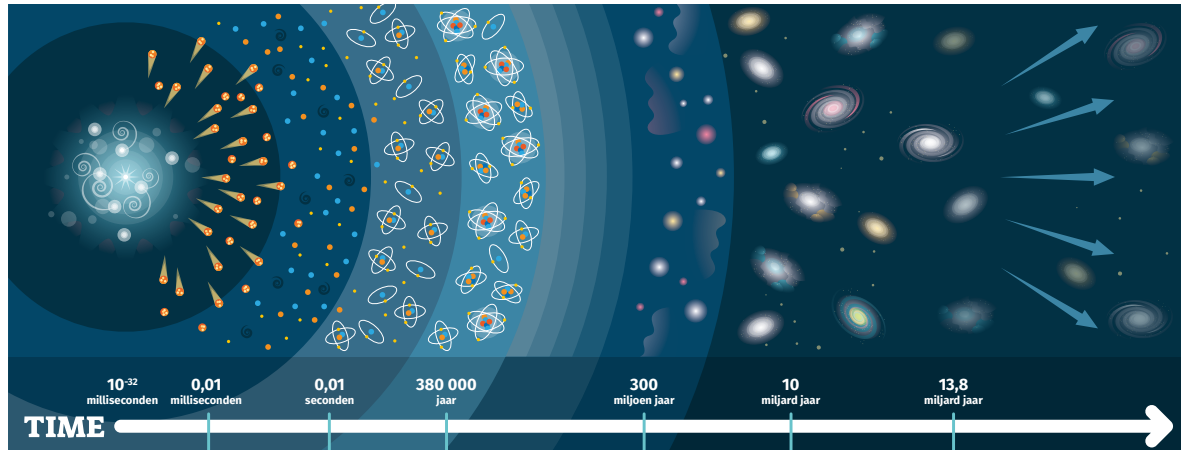
Construeer het punt C zodat $\overrightarrow{AC} = \frac{7}{5}\overrightarrow{AB}$.



Oefeningenreeks 5 pepers

57

13,8 miljard jaar geleden ontstond het universum volgens de theorie van de Big Bang. In de tijdslijn hieronder zie je wanneer de eerste elementen ontstonden en wanneer de sterren en sterrenstelsels tevoorschijn kwamen. Zet alle getallen in die tijdslijn om in wetenschappelijke schrijfwijze, met seconden als eenheid. Rond af op $0,01 \cdot 10^x$ seconden nauwkeurig.



- $1 \cdot 10^{-32} \text{ ms} = 1 \cdot 10^{-32} \cdot 10^{-3} \text{ s} = 1 \cdot 10^{-35} \text{ s}$

- $0,01 \text{ ms} = 1 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \text{ s} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ s}$

- $0,01 \text{ s} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

$1 \text{ jaar} = 31\,536\,000 \text{ s}$

- $380\,000 \text{ j} = 380\,000 \cdot 31\,536\,000 \text{ s} \approx 1,20 \cdot 10^{13} \text{ s}$

- $3 \cdot 10^8 \text{ j} = 3 \cdot 10^8 \cdot 31\,536\,000 \text{ s} \approx 9,46 \cdot 10^{15} \text{ s}$

- $10 \cdot 10^9 \text{ j} = 10 \cdot 10^9 \cdot 31\,536\,000 \text{ s} \approx 3,15 \cdot 10^{17} \text{ s}$

- $13,8 \cdot 10^9 \text{ j} = 13,8 \cdot 10^9 \cdot 31\,536\,000 \text{ s} \approx 4,35 \cdot 10^{17} \text{ s}$



58

Bepaal van deze oneindig doorlopende decimale vormen de breukvorm zonder je rekenmachine te gebruiken.

a) 5,838383...

$$\begin{array}{rcl}
 100x & = & 583,838383... \\
 x & = & 5,838383... \\
 \hline
 99x & = & 578 \\
 x & = & \frac{578}{99}
 \end{array}$$

c) 65,9333...

$$\begin{array}{rcl}
 100x & = & 6593,333... \\
 10x & = & 659,333... \\
 \hline
 90x & = & 5934 \\
 x & = & \frac{5934}{90} \\
 x & = & \frac{989}{15}
 \end{array}$$

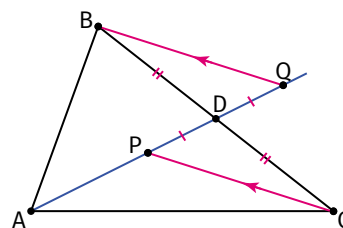
b) -21,666...

$$\begin{array}{rcl}
 10x & = & -216,666... \\
 x & = & -21,666... \\
 \hline
 9x & = & -195 \\
 x & = & \frac{-195}{9} \\
 x & = & -\frac{65}{3}
 \end{array}$$

d) 3,047090909...

$$\begin{array}{rcl}
 100\,000x & = & 304\,709,090909... \\
 1000x & = & 3\,047,090909... \\
 \hline
 99\,000x & = & 301\,662 \\
 x & = & \frac{301\,662}{99\,000} \\
 x & = & \frac{16\,759}{5\,500}
 \end{array}$$

59

In $\triangle ABC$ is AD de zwaartelijn uit $\hat{A}$ op $[BC]$.P en Q liggen op de rechte AD zodat D het midden is van $[PQ]$.Toon aan dat $\overrightarrow{QB} = \overrightarrow{CP}$.

- D is het midden van $[PQ]$

$$\overrightarrow{PD} = \overrightarrow{DQ} \quad (1)$$

- AD is de zwaartelijn op $[BC]$

D is het midden van $[BC]$

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{QB} &= \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{DB} \\
 &= \overrightarrow{DP} + \overrightarrow{CD} \quad (\text{uit (1) en (2)}) \\
 &= \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DP} \\
 &= \overrightarrow{CP}
 \end{aligned}$$

$$\text{a) } \frac{7z}{5 + \sqrt{3}} = \frac{5 - \sqrt{3}}{2z}$$

$$7z \cdot 2z = (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})$$

$$14z^2 = 5^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$14z^2 = 25 - 3$$

$$14z^2 = 22$$

$$z^2 = \frac{22}{14}$$

$$z^2 = \frac{11}{7}$$

$$z = \sqrt{\frac{11}{7}} \quad \text{of} \quad z = -\sqrt{\frac{11}{7}}$$

$$\text{e) } \frac{3x}{9 + \sqrt{8}} = \frac{9 - \sqrt{8}}{20x}$$

$$3x \cdot 20x = (9 - \sqrt{8})(9 + \sqrt{8})$$

$$60x^2 = 9^2 - (\sqrt{8})^2$$

$$60x^2 = 81 - 8$$

$$60x^2 = 73$$

$$x^2 = \frac{73}{60}$$

$$x = \sqrt{\frac{73}{60}} \quad \text{of} \quad x = -\sqrt{\frac{73}{60}}$$

$$\text{b) } \frac{15x}{\sqrt{15} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{2}}{3x}$$

$$3x \cdot 15x = (\sqrt{15} + \sqrt{2})(\sqrt{15} - \sqrt{2})$$

$$45x^2 = (\sqrt{15})^2 - (\sqrt{2})^2$$

$$45x^2 = 15 - 2$$

$$45x^2 = 13$$

$$x^2 = \frac{13}{45}$$

$$x = \sqrt{\frac{13}{45}} \quad \text{of} \quad x = -\sqrt{\frac{13}{45}}$$

$$\text{f) } \frac{\sqrt{62} - \sqrt{41}}{\sqrt{2}y} = \frac{\sqrt{8}y}{\sqrt{62} + \sqrt{41}}$$

$$(\sqrt{62} - \sqrt{41})(\sqrt{62} + \sqrt{41}) = \sqrt{8}y \cdot \sqrt{2}y$$

$$(\sqrt{62})^2 - (\sqrt{41})^2 = \sqrt{16}y^2$$

$$62 - 41 = 4y^2$$

$$21 = 4y^2$$

$$\frac{21}{4} = y^2$$

$$\sqrt{\frac{21}{4}} = y \quad \text{of} \quad y = -\sqrt{\frac{21}{4}}$$

$$\frac{\sqrt{21}}{2} = y \quad \text{of} \quad y = -\frac{\sqrt{21}}{2}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{3}}{5y - 3y} = \frac{5y + 3y}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = (5y + 3y)(5y - 3y)$$

$$3 = (5y)^2 - (3y)^2$$

$$3 = 25y^2 - 9y^2$$

$$3 = 16y^2$$

$$\frac{3}{16} = y^2$$

$$\sqrt{\frac{3}{16}} = y \quad \text{of} \quad y = -\sqrt{\frac{3}{16}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} = y \quad \text{of} \quad y = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{g) } \frac{2z}{\sqrt{17} + \sqrt{11}} = \frac{-\sqrt{11} + \sqrt{17}}{31z}$$

$$2z \cdot 31z = (\sqrt{17} - \sqrt{11})(\sqrt{17} + \sqrt{11})$$

$$62z^2 = (\sqrt{17})^2 - (\sqrt{11})^2$$

$$62z^2 = 17 - 11$$

$$62z^2 = 6$$

$$z^2 = \frac{6}{62}$$

$$z^2 = \frac{3}{31}$$

$$z = \sqrt{\frac{3}{31}} \quad \text{of} \quad z = -\sqrt{\frac{3}{31}}$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt{12}z}{\sqrt{4} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}z}$$

$$\sqrt{12}z \cdot \sqrt{3}z = (\sqrt{4} - \sqrt{2})(\sqrt{4} + \sqrt{2})$$

$$\sqrt{36}z^2 = (\sqrt{4})^2 - (\sqrt{2})^2$$

$$6z^2 = 4 - 2$$

$$6z^2 = 2$$

$$z^2 = \frac{2}{6}$$

$$z^2 = \frac{1}{3}$$

$$z = \sqrt{\frac{1}{3}} \quad \text{of} \quad z = -\sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\text{h) } \frac{-11x + 14x}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{2}}{14x + 11x}$$

$$(14x - 11x)(14x + 11x) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$$

$$(14x)^2 - (11x)^2 = \sqrt{100}$$

$$196x^2 - 121x^2 = 10$$

$$75x^2 = 10$$

$$x^2 = \frac{10}{75}$$

$$x^2 = \frac{2}{15}$$

$$x = \sqrt{\frac{2}{15}} \quad \text{of} \quad x = -\sqrt{\frac{2}{15}}$$



- a) Welk getal bekom je als je alle natuurlijke getallen op volgorde noteert met één cijfer voor de komma?

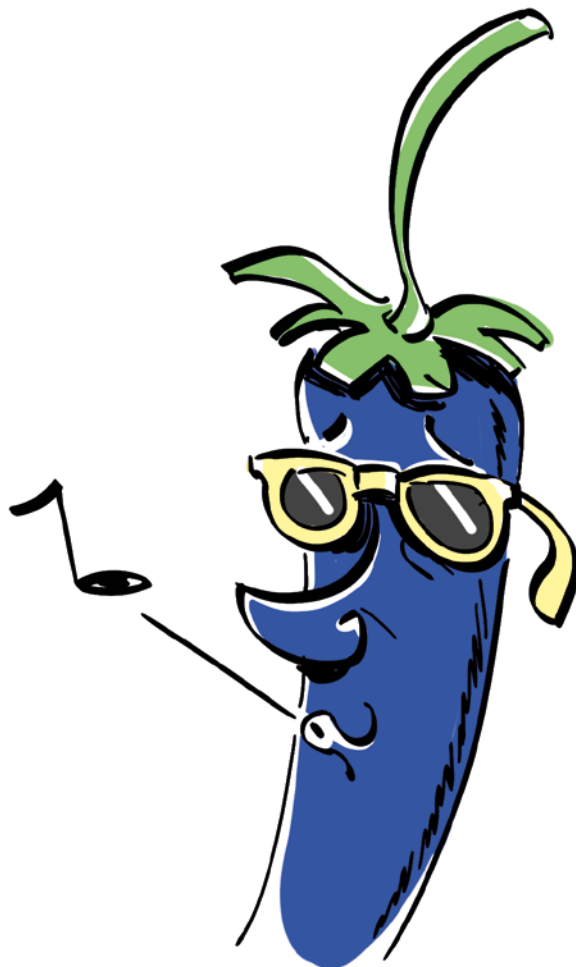
0,1234567891011...

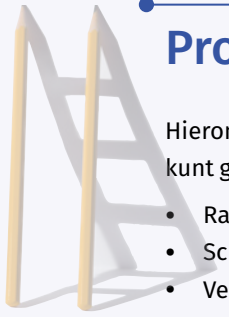
- b) Tot welke verzameling behoort dit getal? Noteer in symbolen.

$0,1234567891011... \in \mathbb{R}$

- c) Welk cijfer zal op de 189e plaats na de komma staan? Verklaar je antwoord.

9 getallen van 1 cijfer (1 - 9)
90 getallen van 2 cijfers (10 - 99)
 $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 = 189$
Op plaats 189 staat dus een 9.





Problemen oplossen met heuristieken

Hieronder vind je twee problemen. Je moet zelf een oplossingsstrategie kiezen en nagaan welke wiskundekennis je kunt gebruiken om het probleem op te lossen.

- Raadpleeg je vademecum om een gepaste heuristiek te kiezen en denk soms out of the box.
- Schrijf jouw oplossing netjes uit zodat je die kunt presenteren voor andere leerlingen.
- Vergelijk jouw oplossing met die van een andere leerling.
- Werk samen en kom tot nieuwe inzichten bij het oplossen van problemen.

Probleem 5

Een piloot wil een plaats op 320 km in zuidelijke richting bereiken na één uur vliegen. Er waait een krachtige westenwind van 80 km/h. Welke richting en welke snelheid moet de piloot aanhouden om zijn bestemming te bereiken? Maak een grafische voorstelling van deze situatie.



Gekozen heuristiek: **Het maken van een figuur, een schema, een lijst, een grafiek, een tabel, een diagram ...**

$$\begin{aligned} \|\vec{x}\| &= \sqrt{\|\vec{w}\|^2 + \|\vec{VA}\|^2} \\ &= \sqrt{80^2 + 320^2} \\ &= \sqrt{6400 + 102400} \\ &= 80\sqrt{17} \\ &\approx 329,85 \end{aligned}$$

Antwoord: De piloot moet in zuidwestelijke richting vliegen aan ongeveer $330 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Probleem 6

Bepaal het 2021e cijfer na de komma van de decimale vorm $\frac{4}{13}$.

Gekozen heuristiek: **Het probleem vervangen door een eenvoudiger probleem**

$$\frac{4}{13} = 0,307692307692307692...$$

$\frac{4}{13}$ is dus een zuiver repeterende decimale vorm met als periode **307692**.

Als je bijvoorbeeld wil weten wat het 7e cijfer na de komma is, moet je 1 keer 6 van 7 aftrekken.

$7 - 1 \cdot 6 = 1$. Het 7e cijfer na de komma is dus gelijk aan het 1e cijfer na de komma: **3**.

We doen hetzelfde voor bijvoorbeeld het 33e cijfer na de komma:

$33 - 5 \cdot 6 = 3$. Het 33e cijfer is dus gelijk aan het 3e cijfer na de komma: **7**.

Om het 2021e cijfer na de komma te bepalen:

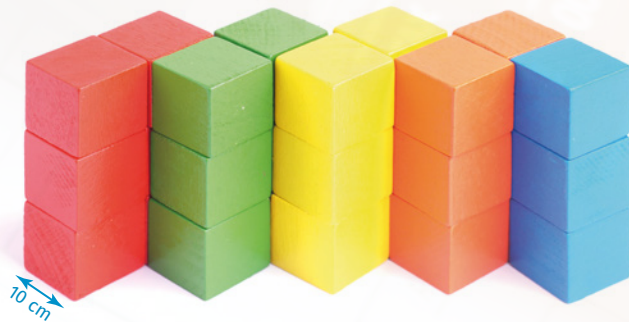
$2021 - 336 \cdot 6 = 5$. Het 2021e cijfer na de komma is dus gelijk aan het 5e cijfer na de komma: **9**.



Wiskunde en design

1

Kleuterjuf Ella wil in haar klas een kast met opbergboxen om de rode, groene, gele, oranje en blauwe stapelblokken van de kleutertjes in op te bergen. Ze heeft van elke kleur 100 kubusvormige blokken. De boxen zijn ook kubusvormig en hebben een volume van 42,875 liter.



- a) Schat hoeveel boxen moeten aangekocht worden voor de kast.

1 blokje heeft een volume van $(10 \text{ cm})^3 = 1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ liter}$. De boxen hebben ongeveer een volume van 50 liter. Voor 500 blokjes zijn dus ongeveer 10 dozen nodig.

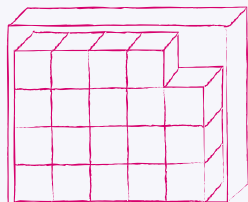
- b) Bereken hoeveel boxen nodig zijn om alle blokken op te bergen.

De lengte van de zijde van 1 kubusvormige box is $\sqrt[3]{42\,875 \text{ cm}^3} = 35 \text{ cm}$. Hierdoor kun je in de doos slechts 3 blokjes op een rij zetten. Bijgevolg passen er $3^3 = 27$ blokjes in 1 box.

$$\frac{500}{27} \approx 18,52$$

Voor 500 blokjes heb je dus 19 boxen nodig.

- c) Maak een schets van de kast.



2

Bij het bouwen van een huis wordt de grootte van de regenwaterput bepaald door het aangesloten dakoppervlak. Met een gemiddelde neerslag in België van $0,80 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2}$ per jaar komt ca. 85 % in de tank terecht.



- a) Hoeveel $\frac{\text{m}^3}{\text{m}^2}$ komt er in de tank terecht?

$$0,80 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2} \cdot 0,85 = 0,68 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2}$$

- b) Welk dakvlak is nodig voor 1 m^3 regenwateropbrengst?

$$\frac{1 \text{ m}^3}{0,68 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2}} \approx 1,47 \text{ m}^2$$

Antwoord: Voor 1 m^3 opbrengst heb je een dakvlak nodig van ongeveer $1,47 \text{ m}^2$.

- c) De minimale grootte van de tank is zo gekozen dat een droogteperiode van ongeveer 20 dagen kan overbrugd worden. Welke inhoud moet de tank hebben voor een dagelijks verbruik van regenwater van bijvoorbeeld 240 liter?

$$240 \text{ liter} \cdot 20 = 4800 \text{ liter}$$

